

Identifikasi Amplitudo dan Sudut Kedatangan Sinyal Menggunakan Metode Forward-Backward APES pada Radar Multi-Antena

Identification of Amplitude and Direction- of-Arrival for Signals Using Forward- Backward APES Method on Multi-Antenna Radar

Sapriansa, Syahfrizal Tahcfulloh*

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Borneo Tarakan
Jl. Amal Lama No.1, Tarakan 77123
sapriansaa@gmail.com, rizalubt@gmail.com*

Abstrak – Jenis sistem radar multi-antena ada dua macam yaitu phased-array (PA) dan Multiple-input Multiple-Output (MIMO). Parameter yang digunakan untuk menguji kinerja radar PA dan MIMO ada banyak sekali yang salah satunya adalah estimasi parameter yang berkaitan dengan jumlah target deteksi. Estimasi parameter termasuk di dalamnya yaitu sudut kedatangan sinyal (direction of arrival, DoA) dan amplitudo sinyal pantulan. Penelitian ini mengusulkan perluasan dari pendekatan estimasi parameter yaitu amplitudo and phase estimation (APES) yang dinamakan forward-backward APES (FBAPES). Pendekatan ini memberikan perbaikan resolusi terhadap estimasi amplitudo dan DoA dari sinyal pantulan target radar yang dikomparasikan dengan estimator konvensional seperti least squares (LS). Formulasi dan evaluasi kinerja estimator yang diusulkan akan diuji berdasarkan berbagai faktor seperti besar radar cross section (RCS), resolusi sudut antar dua target, dan jumlah elemen antena di transmitter-receiver (Tx-Rx). Resolusi sudut deteksi yang diperoleh untuk estimator ini lebih baik dari estimator LS, sebagai contoh untuk $M = N = 8$ maka diperoleh resolusi sudut 3° sedangkan estimator LS sebesar $5,8^\circ$.

Kata Kunci: Amplitudo and phase estimation (APES), estimasi parameter, phased-array, radar MIMO.

Abstract – There are two types of multi-antenna radar systems, i.e. the phased-array (PA) and the multiple-input multiple-output (MIMO). There are many parameters used to test the performance of the PA and the MIMO radars, one of which is parameter estimation related to the number of detection targets. Estimated parameters include the angle of arrival of the signal (direction of arrival, DoA) and the amplitude of the reflected signal. This study proposes an extension of the parameter estimation approach, namely amplitude and phase estimation (APES), which is called forward-backward APES (FBAPES). This approach provides improved resolution of the amplitude and DoA estimates of the reflected radar target signal compared to conventional estimators such as least squares (LS). The formulation and evaluation of the performance of the proposed estimator will be carried out based on

various factors such as variations in radar cross section (RCS), angular resolution between two targets, and the number of antenna elements in the transmitter-receiver (Tx-Rx). The resolution of the detection angle obtained for this estimator is better than the LS estimator, for example for $M = N = 8$ then the angle resolution is 3° while the LS estimator is 5.8° .

Keywords: *Amplitudo and phase estimation (APES), parameter estimation, phased-array, MIMO radar.*

1. Pendahuluan

Seiring berkembangnya teknologi telekomunikasi maka berkembang pula kemajuan alat-alat canggih dimana kemajuan tersebut menimbulkan tuntutan dari masyarakat yaitu kebutuhan perangkat dengan kapabilitas dan mobilitas tinggi sehingga perangkat telekomunikasi yang digunakan dapat menunjang segala aktivitas dengan sebaik mungkin, salah satunya yaitu teknologi radar. Radar adalah peralatan telekomunikasi yang berfungsi sebagai mata elektronik (*electronics eye*) yang menggunakan pancaran gelombang radio (*radiowave*). Radar yang dalam bahasa Inggris merupakan singkatan dari *Radio Detection and Ranging* yang dalam bahasa Indonesia disebut deteksi dan penjangkau melalui gelombang radio. Radar adalah suatu sistem gelombang elektromagnetik yang berguna untuk mendeteksi objek target, mengukur jarak (*range*) dan kecepatan target (*Doppler shift*), membuat peta dan citra dari benda-benda seperti pesawat terbang, informasi cuaca, dan masih banyak lagi. Berdasarkan lokasi dan kegunaannya, radar ada yang dipasang di pinggir pantai, di kapal, di pesawat udara, di bandara, dan pada tempat-tempat yang dirahasiakan.

Radar mampu berperan sebagai mata yang dapat melihat objek di kejauhan. Panjang gelombang (*wavelength*) yang dipancarkan radar adalah beberapa milimeter hingga satu meter. Dikarenakan kemampuan dan keunggulannya maka radar banyak digunakan untuk melihat objek di udara dan di laut yang daerah jangkauannya yang sangat jauh dan luas.

Dalam beberapa tahun yang lalu, muncul pengembangan teknologi di bidang radar multi-antena. Sistem radar dengan multi-antena ini menggunakan array antena yang bertujuan mendapatkan *gain* dan *bandwidth* yang tinggi [1]. Radar multi-antena diawali dengan ditemukan radar PA. Radar PA adalah suatu sistem radar dengan semua elemen-elemen antena diatur fasenya sedemikian sehingga memiliki *beam* atau sorot pancaran radiasi gelombang elektromagnetik menuju ke arah target yang diinginkan [2]. Prinsip dari radar ini adalah berdasarkan pada pergeseran fase tiap elemen antena untuk memperoleh pantulan dari target yang sinyalnya terkuat. Maka dari itu radar ini dapat mendeteksi suatu target yang jauh dengan gain koheren tinggi dan memiliki RCS yang lemah atau kecil [2].

Pada sisi lain berkembang pula suatu sistem radar multi-antena baru yaitu radar MIMO. Radar MIMO ini mampu membentuk *beam-beam* transmisi pada tiap-tiap elemen antena dengan mengirim sinyal *waveform* yang bersifat independen atau ortogonal dari masing-masing elemen antena [3]. Sinyal *waveform* dari sistem radar ini yang bersifat ortogonal satu dengan lainnya dari beberapa antena pemancar atau Tx dapat memberikan keunggulan dengan *waveform diversity gain* yang tinggi. Bentuk sinyal *waveform* ini dapat diekstraksi oleh masing-masing antena Tx atau Rx dengan satu set filter yang cocok atau *match filter* (MF).

Banyak penelitian yang telah dilakukan terhadap kinerja dari radar PA dan MIMO seperti pada parameter-parameter yaitu *beamforming* pada Tx-Rx, *gain* pada Tx-Rx dan *signal to interference plus noise ratio* (SINR), estimasi parameter, deteksi target, dan lain-lain [4]. Pada penelitian difokuskan pada identifikasi dan estimasi parameter pada radar PA dan MIMO. Beberapa metode estimasi parameter target pada radar tersebut telah diinvestigasi seperti metode LS [5-6] dan APES [7]. APES adalah pendekatan penyaringan adaptif yang disebut sebagai estimasi amplitudo dan fase dari sinyal sinusoida untuk estimasi spektral kompleks. Metode APES dapat menghasilkan perkiraan spektral yang lebih akurat baik pada amplitudo maupun sudutnya [8-10]. Namun metode APES yang diterapkan pada radar PA dan MIMO umumnya berjenis *forward* yang dinamakan FAPES. Oleh karena itu kontribusi utama pada penelitian yang diusulkan ini adalah formulasi dan evaluasi estimasi parameter target APES

yang berjenis FBAPES karena metode ini yang diteliti oleh [8] sepengetahuan penulis belum diterapkan pada aplikasi sistem radar multi-antena. Pada penelitian yang diusulkan ini akan mengestimasi parameter target dari sinyal *echo* pada amplitudo dan fase yang dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti besar RCS, resolusi sudut antar dua target, dan jumlah elemen antena di Tx-Rx.

2. Metode Penelitian

2.1. Reviu Radar Multi-Antena

Radar multi-antena adalah radar dengan konfigurasi banyak antena yang membentuk array baik di Tx dan Rx. Ada beberapa jenis radar multi-antena yaitu radar PA dan MIMO. Radar PA memiliki keunggulan pada *directional gain* yang berguna untuk mendeteksi target yang lemah dan menekan level *sidelobe* ke arah datang interferensi [11]. Sementara radar MIMO telah diakui dapat memperbaiki resolusi radar karena memiliki keunggulan pada peragaman *waveform* yang tinggi [12]. Radar MIMO memiliki transmisi ke segala arah (*omnidirectional*) untuk setiap elemen Tx-nya tanpa membentuk suatu beam direksional [13]. *Beampattern* total pada radar MIMO merupakan hasil perkalian *beampattern* pada Tx dan Rx sehingga memberikan resolusi deteksi sudut yang tinggi [14]. Pada radar MIMO juga menunjukkan bahwa *waveform* yang dipantulkan oleh banyak target memiliki sifat yaitu independen secara linier sehingga mendukung penerapan banyak teknik estimasi adaptif. Teknik estimasi ini berguna untuk memperoleh resolusi yang tinggi sekaligus mampu menolak interferensi dan *jamming*.

Diasumsikan suatu sistem radar multi-antena dengan antena-antena yang *co-located* tersusun atas M -unit antena pada array Tx dan N -unit antena pada array Rx. Pada radar PA, sinyal pada Rx akan melewati MF untuk dipisahkan terhadap sinyal transmit menjadi vektor data $N \times 1$ yaitu [13]

$$\mathbf{y}_{PA} = \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{u}_{PA}(\theta_p) + \mathbf{n}_{PA} \quad (1)$$

dimana $\mathbf{u}_{PA}(\theta) = \beta \mathbf{b}(\theta)$ yaitu vektor *steering* Tx-Rx, $\sigma_p(\theta)$ menyatakan amplitudo kompleks sinyal ditransmit dari target, β merupakan gain direksional *beampattern* pada Tx, $\mathbf{b}(\theta)$ adalah vektor perambatan $N \times 1$ yang terjadi karena *delay* perambatan dari Tx ke Rx, dan \mathbf{n}_{PA} adalah $N \times 1$ vektor *additive white Gaussian noise* dengan rerata nol dan matriks kovarians $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{NN}$. Untuk kondisi array Tx-Rx yang *co-located* maka vektor *steering* Rx $\mathbf{b}(\theta)$ definisinya sama dengan vektor *steering* Tx $\mathbf{a}(\theta)$.

Melalui asumsi yang sama dengan radar PA, radar MIMO dengan M -unit antena pada Tx memancarkan M -buah *waveform* yang ortogonal satu dengan lain yang selanjutnya diterima oleh N -unit antena di Rx. Adanya MF di Rx dapat memisahkan M -buah *waveform* tersebut secara tepat. Sinyal output Rx dari MF membentuk vektor data $MN \times 1$ yaitu [13]

$$\mathbf{y}_{MIMO} = \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{u}_{MIMO}(\theta_p) + \mathbf{n}_{MIMO} \quad (2)$$

dimana $\mathbf{u}_{MIMO}(\theta) = \mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{b}(\theta)$ dan \otimes menyatakan operator perkalian Kronecker.

2.2. FAPES untuk Estimasi Parameter

Estimasi target $\hat{\sigma}(\theta)$ merupakan estimasi terhadap amplitudo kompleks dari sinyal *echo* seperti estimator LS. Metode LS ternyata mengalami kelemahan berupa *sidelobe* yang tinggi dan resolusi rendah. Pada kondisi dengan *strong interference* dan *jamming* maka metode LS tidak berfungsi sebagaimana mestinya. Untuk memperoleh estimasi target dengan resolusi tinggi, akurasi estimasi amplitudo tinggi, dan kemampuan menekan interferensi cukup baik maka dapat digunakan metode APES [3]. Bila diketahui sinyal ekuivalen *baseband* yang diterima oleh N -unit elemen antena pada Rx array dengan arah target θ_i dinyatakan dengan vektor

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{b}(\theta_p) \mathbf{a}^T(\theta_p) \boldsymbol{\psi}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3)$$

dengan $(\cdot)^T$ adalah operator transpose, $\mathbf{a}(\theta) = [1 \ e^{-j2\pi d_M \sin(\theta)/\lambda} \ \dots \ e^{-j2\pi (M-1)d_M \sin(\theta)/\lambda}]^T$ yaitu vektor *steering* $M \times 1$ pada Tx, $\mathbf{b}(\theta) = [1 \ e^{-j2\pi d_N \sin(\theta)/\lambda} \ \dots \ e^{-j2\pi (N-1)d_N \sin(\theta)/\lambda}]^T$ yaitu vektor *steering* $N \times 1$ pada Rx, $\boldsymbol{\psi}(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \dots \ \varphi_M(t)]^T$ yaitu vektor *waveform* $M \times 1$ dari Tx dengan $\varphi_m(t)$ untuk $m = 1, 2, \dots, M$ adalah sinyal *baseband* transmisi waktu diskrit $t = 1, \dots, Q$, $\sigma_p(\theta_p)$ adalah koefisien refleksi radar dari target yang proporsional dengan RCS, p adalah jumlah target yang memantulkan sinyal pantul ke Rx untuk $p = 1, 2, \dots, P$, θ_p adalah lokasi target, dan $\mathbf{n}(t)$ adalah vektor $N \times 1$ dari *interference plus noise*. Parameter yang akan diestimasi dari $\mathbf{y}(t)$ adalah $\{\sigma_p(\theta_p)\}_{p=1}^P$ dan $\{\theta_p\}_{p=1}^P$. Jika diasumsikan $\mathbf{n}(t)$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\psi}(t)$ maka sifat identifiabilitas pada suku pertama dari (3) tidak dipengaruhi oleh suku kedua.

Berikut ini tahapan metode APES yang digunakan untuk mengestimasi jumlah target pada radar MIMO dari (3) dapat dilakukan dengan tahapan yaitu: (a) penentuan vektor bobot APES yaitu $\hat{\mathbf{w}}$ dan (b) estimasi target $\hat{\sigma}(\theta)$ seperti metode LS [3]. Metode APES tersebut dikenal juga sebagai FAPES [8] yang dimanfaatkan untuk aplikasi analisa spektrum sinyal.

Formulasi dari metode FAPES yaitu

$$\min_{\mathbf{w}, \sigma} \|\mathbf{w}^H \mathbf{y}(t) - \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{a}^T(\theta_p) \boldsymbol{\psi}(t)\|^2 \text{ terhadap } \mathbf{w}^H \mathbf{b}(\theta) = 1 \quad (4)$$

dengan

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{w}^H \mathbf{y}(t) - \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{a}^T(\theta_p) \boldsymbol{\psi}(t)\|^2 \\ &= \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{yy} \mathbf{w} - \sum_{p=1}^P \sigma_p^*(\theta_p) \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{y\boldsymbol{\psi}} \mathbf{a}^*(\theta_p) - \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{a}^T(\theta_p) \hat{\mathbf{R}}_{\boldsymbol{\psi}y} \mathbf{w} \\ & \quad + \sum_{p=1}^P \|\sigma_p(\theta_p)\|^2 \mathbf{a}^T(\theta_p) \hat{\mathbf{R}}_{\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}} \mathbf{a}^*(\theta_p) \end{aligned} \quad (5)$$

dan

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{y}(q) \mathbf{y}^H(q) \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{y\boldsymbol{\psi}} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{y}(q) \boldsymbol{\psi}^H(q) \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{\boldsymbol{\psi}y} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \boldsymbol{\psi}(q) \mathbf{y}^H(q) \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \boldsymbol{\psi}(q) \boldsymbol{\psi}^H(q) \quad (9)$$

dimana $(\cdot)^H$ adalah operator Hermitian transpose, $\mathbf{w} \in \mathcal{C}^{L \times 1}$ adalah vektor bobot, Q adalah jumlah sampel data, dan $\|\sigma(\theta)\|^2 = \sigma(\theta) \sigma^*(\theta)$. Tujuan dari (2) adalah mendapatkan *beamformer* yang outputnya serupa dengan sinyal *waveform* yaitu $\mathbf{a}^T(\theta) \boldsymbol{\psi}(t)$.

Selanjutnya meminimumkan (4) yang dijabarkan pada (5) terhadap $\sigma(\theta)$ yaitu dengan mencari diferensial pada (5) yang hasilnya nol akan menjadi

$$\hat{\sigma}_{FA}(\theta) = \frac{\sum_{q=1}^Q \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{y\boldsymbol{\psi}} \mathbf{a}^*(\theta)}{\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}} \mathbf{a}^*(\theta)} \quad (10)$$

Serupa ketika mendapatkan (10), maka dilanjutkan meminimumkan (4) terhadap \mathbf{w} akan menghasilkan

$$0 = \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{yy} - \sum_{p=1}^P \sigma(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\boldsymbol{\psi}y} \quad (11)$$

dan substitusikan (10) ke (11) menghasilkan

$$\begin{aligned}
0 &= \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{yy} - \frac{\sum_{p=1}^P \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{y\psi} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi y}}{\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi\psi} \mathbf{a}^*(\theta)} \\
0 &= \hat{\mathbf{R}}_{yy} \mathbf{w} - \frac{\sum_{p=1}^P \hat{\mathbf{R}}_{y\psi} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi y} \mathbf{w}}{\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi\psi} \mathbf{a}^*(\theta)} = \hat{\mathbf{U}}(\theta) \mathbf{w}
\end{aligned} \quad (12)$$

dengan

$$\hat{\mathbf{U}}(\theta) = \hat{\mathbf{R}}_{yy} - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{y\psi} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi y}}{\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi\psi} \mathbf{a}^*(\theta)} \quad (13)$$

Untuk mendapatkan vektor bobot FAPES maka pada (13) dilakukan operasi

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{U}}(\theta) \mathbf{w} \quad \text{terhadap} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{b}(\theta) = 1 \quad (14)$$

dengan meminimumkan (14) terhadap \mathbf{w} maka menghasilkan

$$\hat{\mathbf{w}}_{\text{FA}}(\theta) = \frac{\hat{\mathbf{U}}^{-1}(\theta) \mathbf{b}(\theta)}{\mathbf{b}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}^{-1}(\theta) \mathbf{b}(\theta)} \quad (15)$$

selanjutnya substitusi (15) ke (10) menjadi

$$\hat{\sigma}_{\text{FA}}(\theta) = \frac{\sum_{q=1}^Q \mathbf{b}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}^{-1}(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{y\psi} \mathbf{a}^*(\theta)}{[\mathbf{b}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}^{-1}(\theta) \mathbf{b}(\theta)] [\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi\psi} \mathbf{a}^*(\theta)]} \quad (16)$$

2.3. FBAPES untuk Estimasi Parameter

Metode pererataan *forward-backward* (FB) telah banyak dimanfaatkan untuk meningkatkan kinerja pada aplikasi analisis spektral [8]. Pada Subbab 2.2 telah disajikan estimasi parameter radar MIMO dengan metode FAPES yang menggunakan vektor data dari sinyal yang diterima “maju” (*forward*) yaitu $\mathbf{y}(q) = [y(q) \ y(q+1) \ \dots \ y(q+N-1)]^T$. Jika vektor dari sinyal yang diterima “mundur” (*backward*) yaitu $\hat{\mathbf{y}}(q) = [y^*(Q-q-1) \ y^*(Q-q-2) \ \dots \ y^*(Q-q-N)]^T$. Berikut adalah perluasan metode FB yang diperkenalkan oleh [8] untuk aplikasi radar MIMO yang merupakan kontribusi utama penelitian ini. Bila dikehendaki output dari data *forward* dan *backward* maka formulasinya dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{w}, \sigma, \beta} \frac{1}{2Q} \sum_{q=1}^Q \left\| \mathbf{w}^H \mathbf{y}(q) - \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{a}^T(\theta_p) \boldsymbol{\psi}(q) \right\|^2 & \left\| \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{y}}(q) - \sum_{p=1}^P \beta_p(\theta_p) \mathbf{a}^T(\theta_p) \boldsymbol{\psi}(q) \right\|^2 \\
\text{terhadap} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{b}(\theta) = 1 & \quad (17)
\end{aligned}$$

Selanjutnya meminimumkan (17) terhadap $\sigma(\theta)$ dan $\beta(\theta)$ akan menghasilkan berturut-turut pada (10) dan

$$\hat{\beta}_{\text{FBA}}(\theta) = \frac{\sum_{q=1}^Q \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{\hat{y}\psi} \mathbf{a}^*(\theta)}{\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi\psi} \mathbf{a}^*(\theta)} \quad (18)$$

Kemudian meminimumkan (17) terhadap \mathbf{w} yang analoginya serupa dengan (11)-(12) akan menghasilkan

$$\hat{\mathbf{U}}_{\text{FBA}}(\theta) = \frac{1}{2} \left[(\hat{\mathbf{R}}_{yy} + \hat{\mathbf{R}}_{\hat{y}\hat{y}}) - \left(\frac{\hat{\mathbf{R}}_{y\psi} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi y}}{\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi\psi} \mathbf{a}^*(\theta)} + \frac{\hat{\mathbf{R}}_{\hat{y}\psi} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi \hat{y}}}{\mathbf{a}^T(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{\psi\psi} \mathbf{a}^*(\theta)} \right) \right] \quad (19)$$

dengan

$$\hat{\mathbf{R}}_{\hat{y}\psi} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \hat{\mathbf{y}}(q) \boldsymbol{\psi}^H(q) \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{\hat{y}\hat{y}} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \hat{\mathbf{y}}(q) \hat{\mathbf{y}}^H(q) \quad (21)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\psi\hat{\gamma}} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \boldsymbol{\psi}(q) \hat{\boldsymbol{\gamma}}^H(q) \quad (22)$$

Untuk mendapatkan vektor bobot FBAPES maka pada (19) dilakukan operasi

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{U}}_{\text{FBA}}(\theta) \mathbf{w} \quad \text{terhadap} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{b}(\theta) = 1 \quad (23)$$

dengan meminimumkan (23) terhadap \mathbf{w} maka menghasilkan

$$\hat{\mathbf{w}}_{\text{FBA}}(\theta) = \frac{\hat{\mathbf{U}}_{\text{FBA}}^{-1}(\theta) \mathbf{b}(\theta)}{\mathbf{b}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}_{\text{FBA}}^{-1}(\theta) \mathbf{b}(\theta)} \quad (24)$$

selanjutnya substitusi (24) ke (10) menjadi

$$\hat{\sigma}_{\text{FBA}}(\theta) = \frac{\sum_{q=1}^Q \mathbf{b}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}_{\text{FBA}}^{-1}(\theta) \tilde{\mathbf{R}}_{\psi\mathbf{a}^*}(\theta)}{[\mathbf{b}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}_{\text{FBA}}^{-1}(\theta) \mathbf{b}(\theta)] [\mathbf{a}^T(\theta) \tilde{\mathbf{R}}_{\psi\mathbf{a}^*}(\theta)]} \quad (25)$$

3. Hasil dan Pembahasan

Evaluasi kinerja estimasi parameter target dengan metode FAPES dan FBAPES pada radar MIMO berturut-turut menggunakan (16) dan (25) sedangkan metode LS menggunakan (44) pada [6]. Kinerja semua estimator pada dua jenis radar disajikan sebagai grafik modulus amplitudo kompleks (MAK) yang bervariasi terhadap DoA dimana MAK proporsional dengan RCS dinyatakan sebagai $\hat{\sigma}(\theta)$. Bila diasumsikan jumlah elemen antenna pada array di Tx-Rx adalah sama, yaitu $M = N = 8$ elemen. Spasi antar elemen antenna pada array Tx-Rx adalah setengah panjang gelombang. Berikut diulas estimasi parameter target dari sinyal *echo* pada amplitudo dan fase dari semua estimator yaitu LS, FAPES, dan FBAPES untuk radar multi-antenna berdasarkan pada besar RCS, resolusi sudut antar dua target, dan jumlah elemen antenna di Tx-Rx.

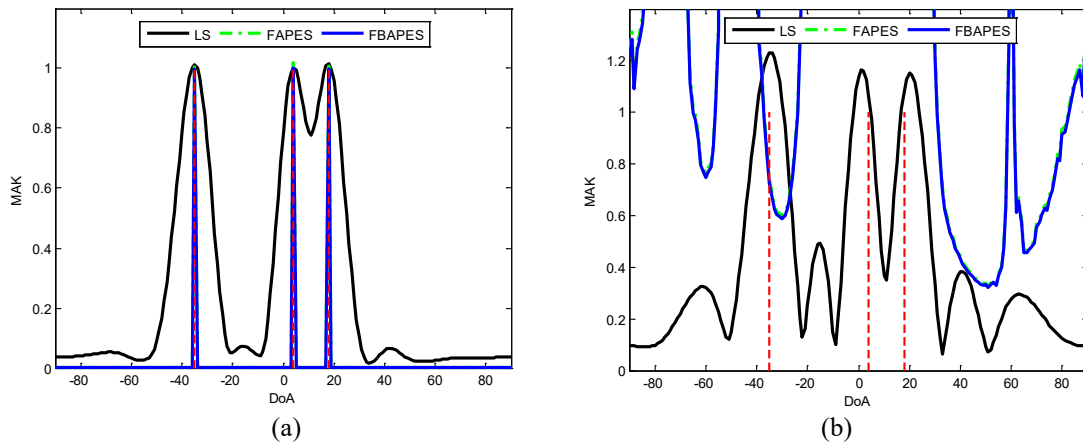
3.1. Pengaruh Jenis Radar

Untuk membandingkan kinerja estimator parameter antara metode yang diusulkan yaitu FBAPES, dengan metode yang lain, yaitu LS dan FAPES, pada kedua jenis radar multi-antenna, yaitu PA dan MIMO, maka diasumsikan ada tiga target berlokasi di $\Theta_A = \{-35^\circ, 4^\circ, 18^\circ\}$ dengan amplitudo kompleks yang proporsional dengan RCS untuk semua target yaitu $\sigma(\Theta_A) = 1$. Pada Gambar 1(a)-(b) menunjukkan MAK untuk kinerja semua estimator yang diterapkan seperti LS, FAPES, dan FBAPES pada dua jenis radar yaitu PA dan MIMO.

Untuk radar MIMO, kinerja estimator-estimator tersebut secara umum mampu mendeteksi ketiga target dengan tepat seperti pada Gambar 1(a) baik dalam deteksi MAK yaitu mendekati nilai RCS = 1 dan semua DoA pada Θ_A terdeteksi dengan tepat. Sebaliknya pada radar PA di Gambar 1(b), hanya estimator LS yang berfungsi mendeteksi ketiga target walaupun MAK memiliki resolusi yang tidak tepat bahkan terdapat *sidelobe* yang tinggi. Hal ini diulas lebih lanjut pada Subbab 3.4 yang menunjukkan pengaruh jumlah elemen array di Tx-Rx terhadap kinerja estimator. Radar PA termasuk memiliki jumlah *waveform* yang ditransmit paling sedikit yaitu semua elemen pada array di Tx, yaitu $M = 8$, memancarkan satu *waveform* saja sehingga sulit untuk mendeteksi banyak target apalagi untuk deteksi DoA maupun MAK yang tepat. Hal tersebut sejalan dengan studi yang dilaporkan oleh [11] yaitu kemampuan deteksi semakin meningkat dengan naiknya jumlah subarray dimana untuk radar PA subarray-nya bernilai 1 sedangkan radar MIMO memiliki subarray sebanyak M -buah. Untuk radar MIMO kemampuan deteksi target tinggi karena semua elemen antenna pada array di Tx memancarkan M -buah *waveform* sehingga berdampak pada tingginya peragaman *waveform* seperti yang telah dibahas oleh [6].

Tampak juga dari Gambar 1(a), bahwa dengan menggunakan estimator FAPES dan FBAPES memiliki resolusi sudut DoA untuk deteksi lokasi target-target Θ_A lebih akurat dibanding metode LS. Meskipun dari sisi akurasi MAK pada metode LS relatif lebih baik (lihat Gambar 1(b)). Khusus pada radar MIMO di Gambar 1(a), tidak serupa dengan metode LS,

kedua estimator APES hampir tidak memiliki *sidelobe* sehingga kondisi ini menguntungkan bila berhadapan dengan *strong interference* dan *jamming*. Kondisi dan kemampuan estimator APES tersebut sejalan dengan hasil yang diperoleh oleh [11] mengenai penekanan terhadap *sidelobe*.



Gambar 1. Modulus amplitudo kompleks (MAK) dari berbagai estimator dengan θ_A dan RCS sama untuk: (a) radar MIMO dan (b) radar PA.

Kedua estimator APES unggul dalam hal deteksi DoA dibanding metode LS (lihat Gambar 1(a)). Untuk melihat kelebihan akurasi deteksi DoA pada kedua estimator APES tersebut maka dibandingkan dari kemampuan estimasi amplitudonya. Hasil deteksi amplitudo MAK untuk θ_A pada ketiga estimator untuk radar MIMO tertabulasi pada Tabel 1. Metode membandingkan kinerja ketiga estimator tersebut dengan menggunakan pendekatan *Root Mean Square Error* (RMSE) terhadap modulus dari amplitudo kompleks sasaran yaitu RCS bernilai 1. *RMSE* bisa dinyatakan dengan

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\theta_0 - \theta_k)^2} \quad (26)$$

dimana K adalah banyak data perhitungan, θ_0 dan θ_k berturut-turut adalah data MAK dari DoA yang dikehendaki dan data MAK dari DoA yang terukur.

Tabel 1. Perbandingan kinerja deteksi amplitudo dari semua estimator dengan RCS bernilai 1.

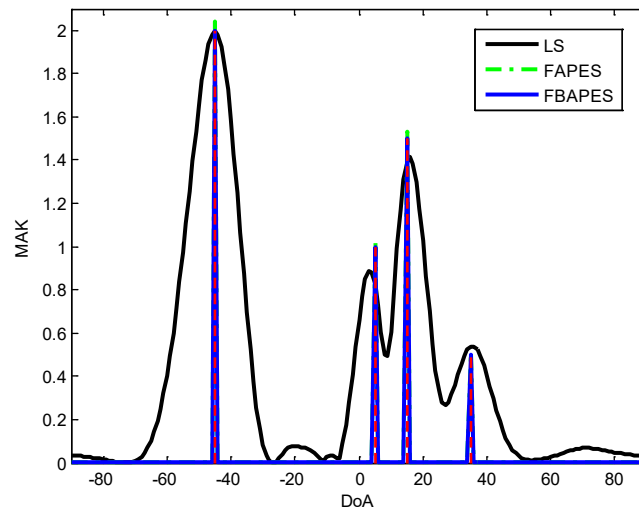
DoA (°)	LS	FAPES	FBAPES
-35	1,015	1,020	1,000
4	1,000	1,020	0,998
18	1,015	1,020	0,995

Untuk Tabel 1 maka diperoleh *RMSE* dari MAK untuk estimator LS, FAPES, dan FBAPES berturut-turut adalah 0,012; 0,020; dan 0,008. Untuk kondisi kasus sudut θ_A ternyata persentase *RMSE* dari MAK pada estimator FBAPES lebih rendah dibanding FAPES yaitu 0,8% dibanding 2,0%. Terbukti dari hasil perhitungan *RMSE* bahwa kinerja estimator FBAPES lebih superior dibanding FAPES. Hal ini juga mendukung hasil studi yang dilaporkan oleh [9] dimana kinerja estimator FBAPES memiliki bias dalam estimasi amplitudo 0,41 kali dari yang diperoleh FAPES.

3.2. Pengaruh Variasi RCS

Berdasarkan ulasan pada Bagian 3.1 tentang kinerja radar PA, untuk kondisi RCS yang bervariasi maka perbandingan kinerja estimator dari metode yang diusulkan terhadap metode yang lain hanya diterapkan pada radar MIMO saja. Jika diasumsikan ada empat target berlokasi di $\theta_B = \{-45^\circ, 5^\circ, 15^\circ, 35^\circ\}$ dengan amplitudo kompleks yang proporsional dengan RCS untuk

semua target berturut-turut yaitu $\{2; 1; 1,5; 0,5\}$ yang disajikan pada Gambar 2. Pembahasan di bagian ini merupakan kelanjutan dari Subbab 3.1 yaitu melihat keunggulan ketiga metode dalam estimasi amplitudo dan DoA.



Gambar 2. MAK dari radar MIMO untuk berbagai estimator dengan Θ_B dan RCS bervariasi.

Tampak dari Gambar 2 bahwa kemampuan deteksi DoA kedua metode APES lebih akurat dibanding metode LS meskipun ketiga estimator tersebut bisa mendeteksi keempat target yang diberikan. Tabel 2 menyajikan data pengukuran dari MAK untuk Θ_B pada semua estimator untuk radar MIMO. Untuk nilai $RMSE$ dari MAK untuk estimator LS, FAPES, dan FBAPES berturut-turut diperoleh nilai 0,282; 0,027; dan 0,004. Untuk kondisi kasus sudut Θ_B tersebut ternyata persentase $RMSE$ dari MAK pada estimator FBAPES lebih rendah dibanding FAPES yaitu 0,4% dibanding 2,7%. Hasil ini juga menunjukkan keunggulan kinerja estimator FBAPES dibanding FAPES yang mendukung hasil studi yang dilaporkan oleh [9].

Tabel 2. Perbandingan kinerja deteksi amplitudo dari semua estimator dengan RCS bervariasi.

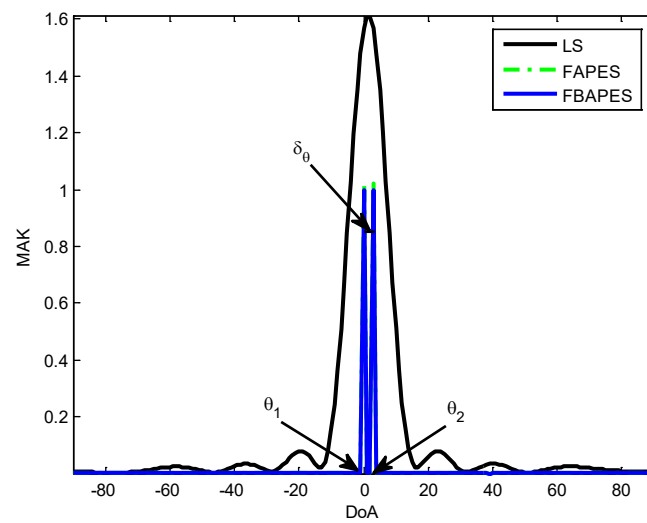
DoA(°)	RCS	LS	FAPES	FBAPES
-45	2	1,989	2,040	1,995
5	1	0,889	1,020	0,998
15	1,5	2,053	1,530	1,495
35	0,5	0,530	0,498	0,499

3.3. Resolusi Sudut Deteksi

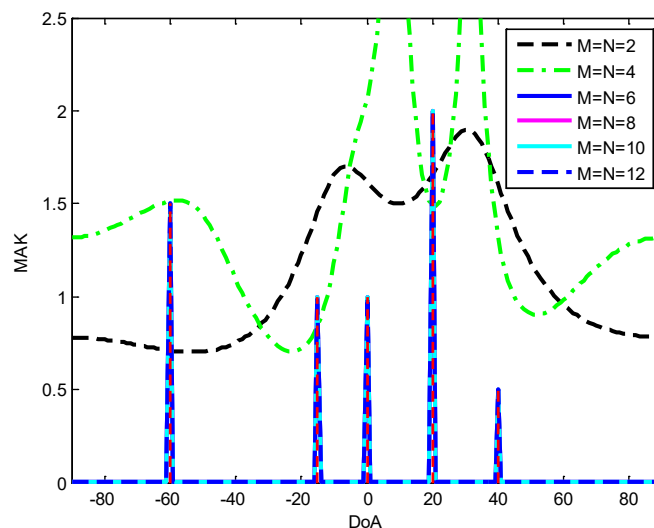
Jika diberikan dua DoA yaitu θ_1 dan θ_2 dan $\delta_\theta = (\theta_2 - \theta_1)$, suatu radar memiliki resolusi sudut yang baik jika δ_θ bernilai sangat kecil dengan nilai minimal $\delta_\theta > 0$. δ_θ yang kecil menunjukkan seberapa mampu radar untuk membedakan dua lokasi DoA target yang sangat berdekatan. Pada Gambar 3 jika diasumsikan DoA untuk $\theta_1 = 0^\circ$ dan $\theta_2 = 3^\circ$ maka resolusinya $\delta_\theta = 3^\circ$. Tampak pada Gambar 3 tersebut bahwa estimator LS tidak mampu mendeteksi kedua DoA tersebut yang berarti resolusi sudut estimatornya rendah. Sebaliknya pada kedua varian estimator APES mampu mendeteksi kedua target DoA dengan resolusi amplitudonya mendekati 1 yaitu untuk FAPES dan FBAPES berturut-turut adalah 1,023 dan 0,998. Hal ini sejalan dengan studi yang dilaporkan oleh [7] bahwa kedua varian estimator APES memiliki resolusi sudut yang superior dibanding LS.

3.4. Pengaruh Jumlah Elemen Antena di Tx-Rx

Untuk mempertimbangkan pengaruh ukuran elemen antena pada kinerja estimator terutama estimator yang diusulkan yaitu FBAPES maka dilakukan pengamatan terhadap berbagai ukuran M dan N pada Tx-Rx radar MIMO. Ukuran M dan N adalah sama dari 2 hingga 12 elemen dengan asumsi DoA yaitu $\Theta_c = \{-50^\circ, -30^\circ, -20^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 40^\circ\}$ dan RCS satu semua. Tampak pada Gambar 4 bahwa kemampuan estimator FBAPES untuk mendeteksi DoA dan amplitudo target cenderung tepat bila ukuran $M = N$ naik. Pada kondisi $M = N$ yaitu $2 \leq (M = N) < 6$ elemen maka target Θ_c hanya mampu terdeteksi 2 hingga 3 target. Sementara untuk kondisi $(M = N) \geq 6$ maka target Θ_c mampu terdeteksi dengan baik oleh estimator FBAPES baik pada jumlah DoA, MAK, dan resolusinya. Hasil dan analisa ini juga menegaskan bahwa memang benar estimator tersebut tidak berfungsi pada radar PA dan seiring bertambahnya jumlah elemen M dan N maka kemampuan estimator juga meningkat seperti yang ditunjukkan pada kinerja radar MIMO.



Gambar 3. MAK pada radar MIMO untuk berbagai estimator yang ber-RCS = 1 dengan $\delta_\theta = (\theta_2 - \theta_1)$.



Gambar 4. MAK pada radar MIMO khusus estimator FBAPES dengan Θ_c dan variasi $M = N$ di Tx-Rx.

4. Kesimpulan

Makalah ini telah memformulasi dan mengevaluasi estimasi parameter dari deteksi target dengan metode FBAPES. Kinerja estimasi tersebut telah dibandingkan dengan estimasi konvensional seperti LS dan FAPES dengan mempertimbangkan faktor-faktor seperti jenis radar (PA dan MIMO), variasi RCS, resolusi sudut antara dua target, dan jumlah elemen antena di Tx-Rx. Semua estimator, yaitu LS, FAPES, dan FBAPES, bekerja dengan baik jika diterapkan pada radar MIMO namun tidak dengan radar PA karena hanya estimator LS yang berfungsi mendeteksi ketiga target walaupun MAK memiliki resolusi yang tidak tepat. Kemampuan deteksi DoA kedua metode APES lebih akurat dibanding metode LS dimana estimator FBAPES memiliki RMSE separuh lebih rendah dari yang diperoleh FAPES. Resolusi sudut deteksinya lebih baik dari estimator LS, sebagai contoh untuk $M = N = 8$ maka diperoleh resolusi sudut 3° sedangkan estimator LS sebesar $5,8^\circ$. Kemampuan estimator FBAPES untuk mendeteksi DoA dan amplitudo target cenderung tepat bila ukuran $M = N$ naik. Untuk pertimbangan aplikasi dan desain sistem radar terutama ketika berhadapan dengan *strong interference* dan *jamming*, kedua varian estimator APES memiliki resolusi sudut DoA dan MAK yang bagus dan tanpa *sidelobe* sehingga kondisi ini menguntungkan untuk para desainer radar.

Referensi

- [1] H. N. R A K, "Desain antena hexagonal patch array untuk peningkatan gain dan bandwidth pada frekuensi 2,4 GHz," *TELKA: Jurnal Telekomunikasi, Elektronika, Komputasi, dan Kontrol*, vol.2, no.1, pp. 44-52, Mei 2016.
- [2] M. I. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, USA, 2001.
- [3] J. Li and P. Stoica, *MIMO Radar Signal Processing*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2009.
- [4] S. Tahcfulloh and G. Hendrantoro, "Full phased MIMO radar with colocated antennas," *International Journal on Communications Antenna and Propagation*, vol. 9, no. 2, pp. 144-154, Jul. 2019.
- [5] M. Hardiwansyah, S. Tahcfulloh, and G. Hendrantoro, "Parameter identifiability of phased-MIMO radar," In Proc. International Conference of Artificial Intelligence and Information Technology, Mar. 2019, pp. 192-195.
- [6] S. Tahcfulloh and G. Hendrantoro, "FPMIMO: a general MIMO structure with overlapping subarrays for various radar applications," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 11248-11267, Jan. 2020.
- [7] X. Luzhou, J. Li, and P. Stoica, "Target detection and parameter estimation for MIMO radar systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 44, no. 3, pp. 927-939, Jul. 2008.
- [8] P. Stoica, H. Li, and J. Li, "A new derivation of the APES filter," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, no. 8, Aug. 1999.
- [9] H. Li, J. Li, and P. Stoica, "Performance analysis of forward-backward matched-filterbank spectral estimators," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 7, pp. 1954-1966, Jul. 1998.
- [10] P. Stoica and R. L. Moses, *Spectral Analysis of Signals*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- [11] S. Tahcfulloh and M. Hardiwansyah, "Parameter estimation and target detection of phased-MIMO radar using capon estimator," *Jurnal Elektronika dan Telekomunikasi*, vol. 20, no. 2, pp. 60-69, Dec. 2020.
- [12] C. Gao, H. Zhou, R. Wu, X. Xu, F. Shen, and Z. Guo, "Parameter estimation and multi-pulse target detection of radar MIMO," In Proc. IEEE Region 10 Conference, Nov. 2016, pp. 909-914.
- [13] S. Tahcfulloh, and G. Hendrantoro, "Phased MIMO radar with coherent receive

- arrays,” In Proc. International Conference on Signals and Systems, May 2017, pp. 72-76.
- [14] S. Tahcfullloh, “SMIMO radar: MIMO radar with subarray elements of phased-array antenna,” *International Journal of Information Technology and Electrical Engineering*, vol. 5, no. 2, pp. 37-44, Jun. 2021.